DOI: 10.5281/zenodo.15319180
Link: https://zenodo.org/records/15319180

ТЕХНОЛОГИК ОБЪЕКТЛАРНИ БОШҚАРИШ СИСТЕМАЛАРИДАГИ НОМАЪЛУМ КИРИШ ТАЪСИРЛАРНИ ТУРҒУН ТИКЛАШ МАСАЛА ВА АЛГОРИТМЛАРИ

[1] Холходжаев Б. А., [2]Ахралов Ҳ. З.
[1, 2] Ислом Каримов номидаги Тошкент давлат техника университети
«Олий математика» кафедраси [1]доценти, [2]ассистенти
axralovh@mail.ru
Тел: +99897 447 07 10

***Аннотация**: Динамик объектларни бошқариш системаларидаги кириш таъсирларни тиклаш алгоритмлари келтирилган.*

Ҳозирги кунда динамик бошқариш тизимларида ноъмалум сигналларни тиклаш алгоритмларини яратиш саволларига кўпроқ эътибор берилмоқда.

Кўриб чиқилаётган масаланинг аҳамиятига қарамай, ҳозирги вақтда априор ноаниқлик шароитларида сигналли мослашув билан адаптив системаларни синтез қилиш ва номаълум кириш таъсирларини тиклаш бўйича ягона илмий асосланган методология ҳали тўлиқ ишлаб чиқилмаган. Буни шу билан изоҳлаш мумкинки, адаптив инвариант системалар синтезининг кўпгина масалалари ёмон шартланган бўлиб, бунда кўп ҳолларда бошланғич маълумотларнинг ўзгаришларига нисбатан изланаётган ечимларнинг турғунлик шартлари талабларга жавоб бермайди. Бунда адаптив инвариант системаларни қуришда мунтазам баҳолаш усуллари ва алгоритмларидан фойдаланиш зарурати келиб чиқади.

***Калит сўзлар:**Мунтазамлаштириш, ёмон шартланган, биргаликда эмас, псевдоечимни турғун қуриш, эквивлент синфлар, функционални минималлаштириш, хатоликни энг кичик баҳоси.*

Кириш

Оператор тенгламаларидан аниқ конструктив усулларга ўтиш кўпинча аҳамиятсиз бўлиб, муҳим назарий ва амалий қизиқиш уйғотади. Шу муносабат билан, ноаниқ ғалаёнлар шароитида сигналли мослаштириш билан адаптив системаларни лойиҳалаш концепциясига асосланган бошқариш системаларини қуриш йўли ва технологик жараёнларни бошқариш системаларида объектнинг иш шароитини ва объект ҳақида тўлиқ априор билимларни талаб қилмайдиган назорат қилинмайдиган кирувчи таъсирларни турғун тиклашнинг самарали алгоритмларини ишлаб чиқилган.

Сингуляр ёйиш усуллари асосида динамик системалардаги кириш сигналларини тиклаш, номаълум сигналларни енг кам қолдиқли баҳолаш, псевдомурожаат концепциялари ва вариацион тенгсизликлар усуллари асосида баҳолашнинг турғун алгоритмларини шакллантириш ва қуришга бағишланган.

Масалани қўйилиши

Қуйидаги кўринишдаги динамик системани кўриб чиқамиз:

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k w_k \ , \quad x(k_0) = x^0 \ . \tag{1}$$

$$y_k = C_k x_k + D_k w_k \ , \tag{2}$$

бу ерда: $x = x_k$ – ҳолат вектори; $w_k \in L_2^p$ – кирувчи ўлчанмайдиган таъсир; $y_k \in L_2^m$ – система чиқиши. (1) ва (2) тенгламалар ҳар бири $\theta = (x_0, w) \in \Theta$ жуфтликда, яъни системанинг киришига ундан чиқишдаги мос келувчи $y \in Y$ функцияни қўйиб, $F : \Theta \to Y$ чизиқли операторни аниқлайди. Θ^* орқали $\theta \in \Theta$ каби шундай барча киришларнинг бўш бўлмаган тўпламини белгилаб, қуйидагини оламиз:

$$F\theta = y^* . \tag{3}$$

Умумий ҳолатда (3) система ёмон шартланган ва биргаликда эмас. Шунинг учун, псевдоечимни турғун қуриш мақсадида мунтазамлаштириш усулидан фойдаланамиз.

$\|F_h - F_0\| \le h$, $\|y_\delta^* - y_0^*\| \le \delta$ тенгсизликларни қаноатлантирувчи тахминий $p_\eta = (F_h, y_\delta^*) \in W$ кириш маълумотлари ва $\eta = (h, \delta)$, $h \ge 0, \delta \ge 0$ сонлар жуфтлиги берилган бўлсин.

Кириш маълумотларининг аниқлиги бўйича эквивалентли синфларни кўриб чиқамиз:

$$\Sigma_\eta = \{ p = (F, y^*) \in W : \|F - F_h\| \le h,\ \|y^* - y_\delta^*\| \le \delta . \tag{4}$$

(4) ифодадан қуйидаги катталик

$$p_\eta(F_h, y_\delta^*) = \sup_{p \in \Sigma_\eta} \inf_{\theta \in D} \|F\theta - y^*\| . \tag{5}$$

кирувчи маълумотларининг аниқлиги бўйича эквивалентлар синфида яхшиланмаганлиги келиб чиқади.

Одатда $p_\eta(F_h, y_\delta^*)$ ўрнига қуйидаги масала кўриб чиқилади:

$$\widetilde{p}_\eta(F_h, y_\delta^*) = \inf_{\theta \in D} \sup_{\chi \in \Sigma_\eta} \|F\theta - y^*\| .$$

Натижада қуйидаги тенгсизлик келиб чиқади:

$$p_\eta(F_h, y_\delta^*) \le \widetilde{p}_\eta(F_h, y_\delta^*),\ \Phi_\eta[z] = \sup_{p \in \Sigma_\eta} \|F\theta - y^*\|,\ \theta \in D .$$

Шундай қилиб

$$\widetilde{p}_\eta(F_h, y_\delta^*) = \inf_{\theta \in D} \left(\|F_h\theta - y_\delta^*\| + h\|\theta\| + \delta \right) = \inf_{\theta \in D} \Phi_\eta[\theta] . \tag{6}$$

Метод

Барча Z фазосида $\Phi_\eta[\theta]$ функционални минималлаштириш алгоритмини кўриб чиқамиз. *D*=*Z* да (6) масала Тихонов функционалини минималлаштириш масаласи $M_\alpha[\theta] = \|F_h\theta - y_0^*\|^q + \alpha\|\theta\|^r$, $q \ge 1$, $r > 1$, га эквивалентдир. «Хатоликнинг энг кичик баҳоси усули»дан $\alpha \ge 0$ мунтазамлаштириш параметрини танлаймиз:

$$\psi(\alpha) = \|A_h\theta_\alpha - y_0^*\| + h\|\theta_\alpha\| \to \min, \quad \theta_\alpha = \arg\min_{\theta \in Z} M_\alpha[\theta] . \tag{7}$$

$\psi(\alpha)$ функция ягона α_0 нуқтада $[0, +\infty)$ минимумга эришади ва $\theta_{\alpha 0} = \theta_\eta$. Агар $h\|y_\delta^*\| \ge \|F_h^T y_\delta^*\|$, бўлса, у ҳолда $\theta_\eta = 0$; акс ҳолда (7) шартидан $\alpha \ge 0$ мунтазамлаштириш параметрини танлаб ушбу тенгламани ечамиз:

$$\left(F_h^T F_h + \alpha I\right)\theta = F_h^T y_\delta^* , \tag{8}$$

бунда $\psi(\alpha)$ функция $\alpha > 0$ учун узлуксиз дифференциаллангандир, $[0,+\infty)$ да ҳам глобал минимумга ва $\theta_{\alpha_0} = \theta_\eta$ векторга эга бўлган α_0 локал минимумнинг ягона нуқтасига эга бўлади. Агар $\alpha_0 \neq 0$, бўлса, у ҳолда α_0 – тенгламанинг ягона ечими $\alpha\|\theta_\alpha\| = h\|F_h\theta_\alpha - y_\delta^*\|$; агар $\alpha_0 = 0$ бўлса, у ҳолда ҳар қандай $\alpha > 0$ учун қуйидаги тенгсизлик ҳақиқийдир: $\alpha\|\theta_\alpha\| - h\|F_h\theta_\alpha - y_\delta^*\| > 0$.

Бунда, агар $F_h\theta_\eta \neq y_\delta^*$ ва $\theta_\eta \neq 0$ бўлса, у ҳолда θ_η вектор қуйидаги тенгламанинг ечими ҳисобланади

$$\frac{F_h^T F_h\theta - F_h^T y_\delta^*}{\|F_h\theta - y_\delta^*\|} + h\frac{\theta}{\|\theta\|} = 0$$

ва ушбу тенгламанинг исталган ечими $\Phi_\eta[\theta]$ функционални минималлаштиради.

Адабиётлар тахлили

Келтирилган ифодалар кириш маълумотлари аниқлиги бўйича эквивалентлар синфида яхшиланмаган баҳо ёрдамида бошланғич оператор тенгламаларининг мос бўлмаган ўлчамларини тахминий ахборотлар бўйича бошқариш системаларида номаълум кириш сигналларини тиклашни мунтазамлаштирувчи алгоритмларни шакллантиришга имкон беради.

Натижа

(3) даги F оператор барча $\delta \geq 0$ да қуйидаги хусусиятга эга бўлади деб фараз қиламиз:

$$\|F\theta - y_\delta^*\| \leq c_1(\|\theta - \theta^0\| + 1), \ \forall\theta \in T, \tag{10}$$

бу ерда: $c_1 > 0$ – айрим ўзгармаслар, θ^0 – H дан белгиланган нуқта.

θ нинг ечимини ҳисоблаш учун мунтазамлаштиришнинг оператор усулидан фойдаланамиз:

$$\left(F\theta + \alpha(\theta - \theta^0) - y_\delta^*,\ z - \theta\right) \geq 0,\ \forall z \in K_\sigma,\ \ \theta \in K_\sigma, \tag{11}$$

бу ерда $\alpha > 0$.

θ_γ – (11) нинг ягона ечими бўлсин; бу ерда $\gamma = (\delta, \sigma, \alpha)$. Демак, шундай $F\theta_\gamma$ элемент топилсинки, қуйидаги муносабат ҳақиқий бўлсин

$$\left(F\theta_\gamma + \alpha(\theta_\gamma - \theta^0) - y_\delta^*,\ z - \theta_\gamma\right) \geq 0, \quad \forall z \in K_\sigma. \tag{12}$$

У ҳолда, (10) ва (12) асосида қуйидагича ёзиш мумкин

$$\alpha(\theta_\gamma - \theta^0, \theta_\gamma - \upsilon_\gamma) \leq (F\theta - y^*, u_\gamma - \theta_\gamma) + (F\theta_\gamma - y_\delta^*, \upsilon_\gamma - \theta) + \delta\|\theta - \theta_\gamma\|, \tag{13}$$

бу ерда $\theta \in N$ ва барча $z \in K$, $u_\gamma \in K$, $\upsilon_\gamma \in K_\sigma$ да $(F\theta - y^*, z - \theta) \geq 0$ тенгсизлик бажарилади, шу билан бирга $\|\theta_\gamma - u_\gamma\| \leq \sigma$, $\|\theta - \upsilon_\gamma\| \leq \sigma$.

Кейин, (10) ва (13) дан

$$\|\theta_\gamma - \theta^0\| \leq \delta/\alpha + c_1\sigma/\alpha + 2\|\theta - \theta^0\| + 2 + \sigma \tag{14}$$

га бўламиз.

Агар кўриб чиқилаётган шартда $\alpha \to 0$ да δ/α, $\sigma/\alpha \to 0$ бўлса, у ҳолда $\{\theta_\gamma\}$ кетма-кетлик $\alpha \to 0$ да

$$\left\|\theta^* - \theta^0\right\| = \min_{\theta \in N}\left\|\theta - \theta^0\right\|,,$$

тенглик билан аниқланувчи $\theta^* \in N$ элемент H га кучли яқинлашишини кўрсатиш мумкин.

$$\alpha\left(\theta_\gamma - \theta^0, \theta_\gamma - \upsilon_\gamma\right) \le \left(F\theta - y^*, u_\gamma - \theta_\gamma\right) + \left(F\theta_\gamma - y_\delta^*, \upsilon_\gamma - \theta\right) + \delta\left\|\theta - \theta_\gamma\right\|, \qquad (15)$$

бу ерда $\theta \in N$ ва барча

$$z \in K\ ,\ u_\gamma \in K\ ,\ \upsilon_\gamma \in K_\sigma \text{ да } \left(F\theta - y^*, z - \theta\right) \ge 0$$

тенгсизлик бажарилади, шу билан бирга

$$\left\|\theta_\gamma - u_\gamma\right\| \le \sigma\ ,\ \left\|\theta - \upsilon_\gamma\right\| \le \sigma\ .$$

Кейин, (15) дан келиб чиқибқуйидагига эга бўламиз [2]:

$$\left\|\theta_\gamma - \theta^0\right\| \le \delta/\alpha + c_1\sigma/\alpha + 2\left\|\theta - \theta^0\right\| + 2 + \sigma\ .$$

Агар кўриб чиқилаётган шартда $\alpha \to 0$ да δ/α, $\sigma/\alpha \to 0$ бўлса, у ҳолда $\{\theta_\gamma\}$ кетма-кетлик $\alpha \to 0$ да қуйидаги тенглик

$$\left\|\theta^* - \theta^0\right\| = \min_{\theta \in N}\left\|\theta - \theta^0\right\|.$$

билан аниқланувчи $\theta^* \in N$ элемент H га кучли яқинлашишини кўрсатиш мумкин.

Юқорида K ва K_σ тўплам $r(K, K_\sigma) \le \sigma$ шартини қаноатлантиради, ушбу тўпламлар айрим маънода "тенг" яқинликка мос келади, деб фараз қилинди. Бироқ масаланинг кенг доираси учун ушбу шарт бажарилмайди. Масалан, агар, K - R_2 да – чекланган тўпламва чеклов $y = ax + b$ чизиқли функция билан берилса, у ҳолда a коэффициентидаги ҳар қандай етарли кичик хатода $r(K, K_\sigma) = \infty$ бўлади. Шуни таъкидлаш керакки, K чекланган тўпламда $r(K, K_\sigma) \le \sigma$ шарти табиий ҳисобланади.

K тўплам чегараланмаган деб ҳисоблансин, R ни жуда катта деб олсак, K_σ^R ва $N \cap K^R = M^R$ бўш бўлмаслиги мумкин [2]. $r(K^R, K_\sigma^R) \le \sigma$ деб фараз қиламиз. Қўйилган масалани K^R (R белгиланган) да муҳокама қилиб, $\bar{\theta}^* \in N_R$ элементига мунтазамлаштирилган ечимни оламиз, бу ерда N_R - қуйидаги

$$\left(F\theta - y^*, z - \theta\right) \ge 0\ \forall z \in K^R,\ \theta \in K^R, \qquad (16)$$

тенгликсизлик ечимининг тўплами, шу билан бирга

$$\left\|\bar{\theta}^* - \theta^0\right\| = \min_{\theta \in N_R}\left\|\theta - \theta^0\right\|.$$

N_R ва M^R тўплами қаварик [1, 2], у ҳолда $\theta \in N_R \setminus M^R$ ва $\theta \in \partial K^R$ мавжуд бўлса, $\bar{\theta} \in N_R \setminus M^R$, $\bar{\theta} \in \mathrm{int}K^R$ ҳам топилади. Шубҳасиз, $N_R = M^R$. Демак, (15) ни ўрнига (16) ифодадан фойдаланиш мумкин ва унга мунтазамлаштиришни қўллаб, $\theta^* \in N$ топиш керак.

θ_α - қуйидаги тенгсизликнинг ягона ечими деб фараз қиламиз,

$$\left(F\theta + \alpha\left(\theta - \theta^0\right) - y^*, z - \theta\right) \ge 0,\ \forall z \in K\ . \qquad (17)$$

Демак

$$\left(F\theta_\alpha + \alpha\left(\theta_\alpha - \theta^0\right) - y^*, z - \theta_\alpha\right) \ge 0,\ \forall z \in K.$$

$z = \theta^0$ бўлганда охирги тенгликсизликдан

$$\left(F\theta_\alpha - y^*, \theta_\alpha - \theta^0\right) + \alpha\left\|\theta_\alpha - \theta^0\right\|^2 \le 0$$

олиш мумкин, яъни

$$\left(F\theta_\alpha - y^*, \theta_\alpha - \theta^0\right) \le 0,$$

бу ҳолда (16) дан $\{\theta_\mu\} \subset \{\theta_\alpha\}$, $\theta_\mu \to \bar{\theta}$ кетма-кетлигининг мавжудлиги келиб чиқадиган қуйидаги ифодага эга бўламиз [2]:

$$\left\|\theta_\alpha - \theta^0\right\| \le R. \tag{18}$$

кўриб чиқилган шартларда (17) ифода

$$\left(F\theta + \alpha\left(z - \theta^0\right) - y^*, z - \theta_\alpha\right) \ge 0$$

тенгсизликка эквивалентдир. Охирги нисбатга $\alpha = \mu$ ни қўйиб ва $\mu \to 0$ га ўтиб, $\left(F\theta - y^*, z - \bar{\theta}\right) \ge 0$ ни, яъни $\bar{\theta}$ - ечимни оламиз. Бундан ташқари, (18) дан қуйидаги келиб чиқади: $\left\|\bar{\theta} - \theta^0\right\| \le R$.

Кўпинча K ва K_σтўпламларнинг яқинлиги қуйидаги ифода асосида аниқланади [4, 5]:

$$S\left(R, K, K_\sigma\right) = \sup_{\upsilon \in K^R} \inf_{u \in K_\sigma} \left\|u - \upsilon\right\|,\ \forall R \ge 0.$$

Шу билан бирга, агар K^R бўш бўлса, у ҳолда ҳеч бўлмаганда K_σ^R ёки K^R тўпламларидан бири бўш бўлмаса $S\left(R, K, K_\sigma\right) = 0$ ҳисобланади, у ҳолда

$$\tau\left(R, K, K_\sigma\right) = \max\left\{S\left(R, K, K_\sigma\right), S\left(R, K_\sigma, K\right)\right\}$$

эканлиги кўриб чиқилади.

$$\tau\left(R, K, K_\sigma\right) \le a(R)\sigma, \text{ бу ерда } R \to \infty$$

$$\left(F\theta + \alpha E^a\left(\theta - \theta^0\right) - y_\delta^*, z - \theta\right) \ge 0,\ \forall z \in K_\sigma,\ \theta \in K_\sigma, \tag{19}$$

бўлганда

$$a(R)\ \left(R \ge 0\right),\ a(R) \to \infty$$

бўлишини таклиф қиламиз. Бу ерда $\theta \ne 0$ ва $E^a(0) = 0$ бўлганда

$$E^a : H \to H, E^a(\theta) = a\left(\|\theta\|\right)\theta / \|\theta\|$$

бўлади.

Аввалгидек (19) нинг ечимини θ_γ орқали белгилаймиз.

(15) га ўхшаш, қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\begin{aligned} &a\left(\left\|\theta_\gamma - \theta^0\right\|\right)\left[\left\|\theta_\gamma - \theta^0\right\| - c_2 - c_1\left(\left\|\theta - \theta^0\right\| + 1\right)\frac{\sigma}{\alpha}\right] - \\ &- \left\|\theta_\gamma - \theta^0\right\|\left[\frac{\delta}{\alpha} + c_1 a\left(\left\|\theta - \theta^0\right\|\right)\frac{\sigma}{\alpha}\right] - \frac{\delta}{\alpha}\left\|\theta - \theta^0\right\| + c_1 a\left(\left\|\theta - \theta^0\right\|\frac{\sigma}{\alpha}\right) \le 0, \end{aligned} \tag{20}$$

бу ерда:

$$c_2 = \left\|\theta - \theta^0\right\| + a\left(\left\|\theta - \theta^0\right\|\right)\sigma.$$

$\alpha \to 0$ да δ / α, $\sigma / \alpha \to 0$ бўлсин, у ҳолда (20) ифодадан кўриниб турибдики, $\|\theta_\gamma\| \leq C$ ва γ га боғлиқ бўлмаган ўзгармас C мавжуд.

Шундай қилиб, агар $\alpha \to 0$да δ / α, $\sigma / \alpha \to 0$ бўлса, у ҳолда $\{\theta_\gamma\}$кетма-кетлик $\theta^* \in N$ элементга кучли яқинлашади.

Олинган ифодалар мунтазамлаштиришнинг оператор усулидан фойдаланиб, вариацион тенгликсизликлар асосида изланаётган ечимлар ўхшашлигини таъминлашга имкон беради.

Хулоса

Олинган ифодалар мунтазамлаштиришнинг оператор усулидан фойдаланиб, вариацион тенгликсизликлар асосида изланаётган ечимлар ўхшашлигини таъминлашга имкон беради.

Матрица псевдотескарисини сингуляр ёйиш усуллари ва тушунчалари асосида динамик тизимларда кириш сигналларини тиклаш алгоритмларини синтезлаш саволлари кўрилган. Мунтазамлаш усулининг ҳисоблаш схемалари уларни амалда бажаришда самарали эканлиги кўрсатилган.

Матрицаларни сингуляр ёйилиш процедураси асосида динамик бошқариш системаларидаги кириш сигналларини турғун тиклаш алгоритмлари ишлаб чиқилди. Хатоликнинг энг кичик баҳоси усули асосида номаълум сигналларни баҳолашнинг турғун алгоритмларини қуриш ва шакллантириш алгоритмлари таклиф қилинди. Псевдомурожаат концепцияси асосида кириш таъсирларини турғун тиклаш алгоритмлари ишлаб чиқилди. Вариацион тенгсизликлар асосида динамик системалардаги кириш таъсирларини турғун тиклаш алгоритмлари ишлаб чиқилди.

Адабиётлар

1. Демьянов В.Ф., Тамасян Г.Ш. О прямых методых решения варициoнных задач. II Труды института математики и Механики УроРАН, Том 16, №5, 2010-С. 36-47.

2. Бакушинский А.Б. Гончарский А.В. Итеративние методы решения некорректных задач. М-наука 1989-128.

3. Дроздов И.В., Мирошник И.В., Скорубский И.В. Системы автоматического управления с микрокомпьютером. – Л.: Машиностроение. Ленинградское отделение, 1989. – 284 с.

4. Холходжаев Б.А. Алгоритмы восстановления входных воздействий динамических систем в условиях неопределенности. «Technical science and innovation», №4/2020. – С. 150–154. Ташкент, 2020.

5. Холходжаев Б.А. Алгоритмы и методы устойчивой оценки входных сигналов динамических систем на основе динамической фильтрации. «UNIVERSUM: Технические науки», №4(97), апрель 2022, часть 2.

6. Холходжаев Б.А. Построение структурно-математической модели водоёмов. Международная научно-практическая конференция «Экологические проблемы продовольственной безопасности», Воронеж (EPFS 2022).

7. Егупов Н.Д., Пупков К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления. Учебник в 5 томах. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.

8. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. – СПб.: Наука, 2000.

9. Ахобадзе А.Г., Краснова С.А. Решение задачи сопровождения в условиях неопределенности на основе совместной блочно-канонической формы управляемости и наблюдаемости. Управление большими системами, 2009. – Вып. 34.

10. Ахобадзе А.Г., Краснова С.А. Задача сопровождения в линейных многомерных системах при наличии внешних возмущений. Автоматика и телемеханика, 2009. – №21.

11. Емельянов С.В., Коровин С.К. Новые типы обратных связей. – М.: Наука, 1997. – 352 с.

12. Краснова С.А., Уткин А.В. Анализ и синтез нелинейных систем минимальной фазы под действием внешних несогласованных возмущений. Проблемы управления, 2014. – №22.